Corrigé exercice 1

1°) ABCD est un carré donc $\widehat{BAD}$ est un angle droit donc le triangle BAD est un triangle rectangle. On en déduit que le milieu de son hypoténuse [A'B] est le centre de son cercle circonscrit. Or ce cercle est le cercle Γ donc le milieu de [A'B] est confondu avec le point O centre du cercle Γ donc **A', O et B sont alignés.**

2°) a) Comme ABCD est un carré, la droite Δ, axe de symétrie de ce carré, est aussi la médiatrice du segment [DC].
Par ailleurs, le triangle DEC est un triangle équilatéral donc ED = EC donc E est un point de la médiatrice de [DC] **donc E appartient à la droite D.**

b) La droite Δ, médiatrice du segment [DC] passe par le centre du carré ABCD. Il suffit donc de construire ce centre I comme point d'intersection des diagonales (AC) et (BD) de ce carré puis de tracer la droite Δ, comme étant la droite qui passe par E et I.

c) A et B sont sur un même cercle de centre O donc OA = OB donc O est sur la médiatrice de [AB] qui n'est autre que la droite Δ. Donc **O appartient à la droite D.**

d) Soit B' l'intersection autre que B du cercle Γ et de la droite (BC).
De la même manière qu'on a démontré que A', O et B sont alignés (voir 1°), on peut démontrer que B', O et A sont alignés.
Pour construire O, il suffit donc de déterminer l'intersection des droites (A'B) et (AB').

3°) Nature du triangle EDA :
AD = DC car ABCD est un carré et ED = DC car EDC est un triangle équilatéral. On en déduit que AD = DE et donc que **ADE est un triangle isocèle**.

Nature du triangle EOA :
OE = 0A donc **EOA est un triangle isocèle.**

Calcul de $\widehat{DAO}$:

$\widehat{ADE} = 90° + 60° = 150°$ donc $\widehat{DAE} = \widehat{DEA} = \dfrac{180° - 150°}{2} = 15°$.

La droite Δ étant aussi une bissectrice de l'angle $\widehat{DEC}$ (car le triangle DEC est équilatéral), on peut en déduire que $\widehat{DEO} = 30°$. Donc $\widehat{AEO} = \widehat{DEO} - \widehat{DEA} = 30° - 15° = 15°$.

Comme EOA est un triangle isocèle, on en déduit que $\widehat{OAE} = \widehat{AEO} = 15°$.

Conclusion : $\widehat{DAO} = \widehat{DAE} + \widehat{OAE} = 15° + 15° = 30°$.

4°) $\widehat{OAB} = \widehat{DAB} - \widehat{DAO} = 90° - 30° = 60°$.

On savait déjà que le triangle OAB était un triangle isocèle de sommet O. Comme, de plus, $\widehat{OAB} = 60°$, on peut en déduire que **le triangle OAB est un triangle équilatéral**.