

Proposition de corrigé pour l'exercice 1 donné en 2009 dans le groupe 2

1°) 7, 13 et 61 sont des nombres premiers (ces nombres n'apparaissent pas dans les "tables de multiplication traditionnelles" ...)

$57 = 3 \times 19$ donc **57 n'est pas un nombre premier.**

2°) a) $3737 = 37 \times 101$ donc **3737 n'est pas un nombre premier.**

b) $\overline{abab} = 101 \times \overline{ab}$

Or, d'après l'énoncé \overline{abab} est un nombre ayant quatre chiffres (a est un nombre non nul) alors que 101 est un nombre à trois chiffres. Donc \overline{abab} ne peut pas être égal à 101 donc **\overline{abab} ne peut pas être un nombre premier.**

3°) a)

$$\begin{aligned}\overline{abc} + \overline{abb} + \overline{acc} &= 100a + 10b + c + 100a + 10b + b + 100a + 10c + c \\ &= 300a + 21b + 12c = 3 \times (100a + 7b + 4c)\end{aligned}$$

Or $100a + 7b + 4c$ est un entier naturel donc $\overline{abc} + \overline{abb} + \overline{acc}$ **est un multiple de 3.**

b) $\overline{cba} + \overline{bba} = 100c + 10b + a + 100b + 10b + a = 100c + 120b + 2a$

On veut trouver un nombre \overline{xyz} , avec x, y et z éléments de l'ensemble {a,b,c} tels que

$100c + 120b + 2a + \overline{xyz}$ soit un multiple de 3 donc tels que $100c + 120b + 2a + 100x + 10y + z$ soit un multiple de 3 donc tel que $99c + c + 120b + 2a + 99x + x + 9y + y + z$ soit un multiple de 3 donc tels que $99c + 120b + 99x + 9y + c + 2a + x + y + z$ soit un multiple de 3 donc tels que $3 \times (33c + 40b + 11x + 3y) + c + 2a + x + y + z$ soit un multiple de 3 donc tels que $c + 2a + x + y + z$ soit un multiple de 3.

Pour cela, il suffit, par exemple, de prendre $x = a$, $y = c$ et $z = c$ car alors

$$c + 2a + x + y + z = 3a + 3c = 3(a+c)$$

On peut donc prendre, par exemple, comme troisième nombre le nombre \overline{acc} .

Vérification : $\overline{cba} + \overline{bba} + \overline{acc} = 100(c + b + a) + 10 \times (2b + c) + 2a + c = 102a + 120b + 111c$
 $= 3 \times (34a + 40b + 37c)$