

Proposition de corrigé pour l'exercice 2 du sujet donné en 2009 dans le groupe 6

1°) Traduction des hypothèses données dans l'énoncé:

$$N = \overline{abc} \text{ (avec } a \neq 0)$$

$$abc = 120$$

$$a + b + c = 16$$

- **Aucun des chiffres a, b et c ne peut valoir 0** sinon on aurait $abc = 0$.
- **Aucun des chiffres a, b et c ne peut valoir 1** car si l'un des chiffres était égal à 1, le produit des deux autres serait égal à 120 ce qui est impossible car ce produit vaut au maximum 81.
- **Aucun des chiffres a, b et c ne peut valoir 2** car le produit des deux autres serait égal à 60 ce qui est impossible puisque les différentes manières d'écrire 60 comme le produit de deux entiers ne correspondent pas à un produit de deux nombres inférieurs ou égaux à 9 :
 $60 = 1 \times 60$; $60 = 2 \times 30$; $60 = 3 \times 20$; $60 = 4 \times 15$; $60 = 5 \times 12$ et $60 = 6 \times 10$

2°) 7 et 9 ne sont pas des diviseurs de 120 donc **N ne peut contenir ni le chiffre 7 ni le chiffre 9.**

3°) On peut procéder par essais successifs.

Comme a ne peut valoir ni 0 ni 1, essayons $a = 3$. Comme $abc = 120$ on en déduit que bc doit valoir 40. Or $40 = 5 \times 8$. On peut donc essayer $b = 5$ et $c = 8$.

On constate qu'alors $a + b + c$ est bien égal à 16 donc **N = 358 est une solution du problème posé. On peut en déduire d'autres solutions : les nombres 385 538 583 835 et 853.**

4°) On procède par essais erreurs en envisageant tous les cas possibles :

• $a = 3$

$bc = 40$	$b = 5$ et $c = 8$	On a bien $a + b + c = 16$	$N = 358$
	$b = 8$ et $c = 5$	On a bien $a + b + c = 16$	$N = 385$

• $a = 4$

$bc = 30$	$b = 5$ et $c = 6$	$a + b + c$ ne vaut pas 16	Pas de solution
	$b = 6$ et $c = 5$	$a + b + c$ ne vaut pas 16	Pas de solution

• $a = 5$

$bc = 24$	$b = 3$ et $c = 8$	On a bien $a + b + c = 16$	$N = 538$
	$b = 8$ et $c = 3$	On a bien $a + b + c = 16$	$N = 583$
	$b = 4$ et $c = 6$	$a + b + c$ ne vaut pas 16	Pas de solution
	$b = 6$ et $c = 4$	$a + b + c$ ne vaut pas 16	Pas de solution

• $a = 6$

$bc = 20$	$b = 4$ et $c = 5$	$a + b + c$ ne vaut pas 16	Pas de solution
	$b = 5$ et $c = 6$	$a + b + c$ ne vaut pas 16	Pas de solution

• $a = 8$

$bc = 15$	$b = 3$ et $c = 5$	On a bien $a + b + c = 16$	$N = 835$
	$b = 5$ et $c = 3$	On a bien $a + b + c = 16$	$N = 853$

Conclusion : les **nombre solutions du problème posé sont les nombres 358, 385, 538, 583, 835 et 853.**