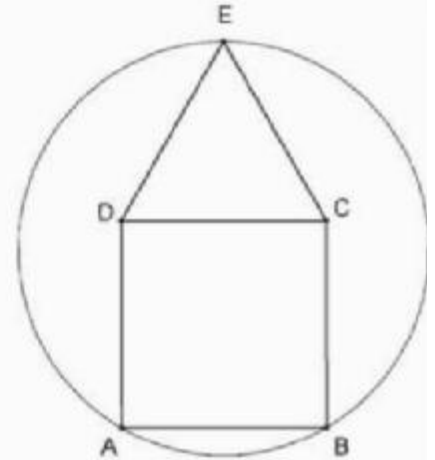


Exercices de géométrie plane

1°) Exercice 1 (Extrait du sujet du CRPE 2009 pour le groupe 2 - 4 points)

On considère la figure ci-contre constituée d'un cercle Γ passant par les sommets A et B d'un carré ABCD de côté a et par le sommet E d'un triangle équilatéral EDC extérieur au carré. L'objectif de cet exercice est de déterminer le rayon et le centre O du cercle Γ .



1) Soit A' le point d'intersection, autre que A, du cercle et de la droite (AD). Démontrer que les points A' , O et B sont alignés.

2) Soit Δ la médiatrice du segment [AB].

- a) Démontrer que le point E appartient à la droite Δ .
- b) Proposer une méthode de construction de la droite Δ utilisant uniquement la règle non graduée.
- c) Démontrer que le point O appartient à la droite Δ .
- d) Proposer une méthode de construction du point O utilisant uniquement la règle non graduée.

3) Quelle est la nature des triangles EDA et EOA ? En déduire que $\widehat{DAO} = 30^\circ$.

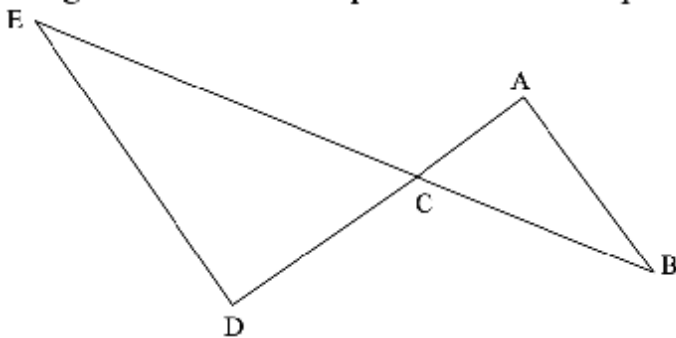
4) Quelle est la nature du triangle AOB ? En déduire la longueur du rayon du cercle.

2°) Exercice 2 (Extrait du sujet du CRPE 2009 pour le groupe 4 - 4 points)

On considère cinq points A, B, C, D et E tels que :

- Le triangle CAB est rectangle en A.
- Les points A, C, D sont alignés. $AC = 3$ cm ; $AD = 8,4$ cm.
- Les points B, C, E sont alignés. $BC = 4,5$ cm ; $BE = 12,6$ cm.

La figure ci-dessous n'est pas à l'échelle. Elle permet de situer les points.



1. a. Démontrer que les droites (AB) et (ED) sont parallèles.

b. En déduire que les angles \widehat{CED} et \widehat{ABC} sont égaux.

2. a. Déterminer l'aire du triangle ABC. En donner son arrondi au cm^2 près.

b. On admet que le triangle CED est un agrandissement du triangle ABC. En déduire, sans calculer la longueur ED, l'aire du triangle EDC.

3°) Exercice 3 (Extrait du sujet du CRPE 2009 pour le groupe 5 - 4 points)

Soit ABCD un quadrilatère quelconque dont les diagonales [AC] et [BD] se coupent en O.

Soit I le milieu de [AB], J le milieu de [BC], K le milieu de [CD] et L le milieu de [DA].

Etude du quadrilatère IJKL

- a) Démontrer que la droite (IJ) est parallèle à la droite (AC).
b) Démontrer que le quadrilatère IJKL est un parallélogramme.
- Dans chaque cas, une ou plusieurs affirmations proposées sont exactes. Le candidat indiquera sur sa copie la référence de la question et la (ou les) lettre(s) correspondant à l'(ou aux) affirmation(s) qu'il estime exacte(s). Aucune justification n'est demandée.
 - Si ABCD est un losange, alors IJKL est toujours :

A : un parallélogramme B : un losange C : un rectangle D : un carré.

- Si ABCD est un carré, alors IJKL est toujours :

A : un parallélogramme B : un losange C : un rectangle D : un carré.

- Démontrer que si ABCD est un rectangle, alors IJKL est un losange.

Calculs d'aires

On suppose désormais que le quadrilatère ABCD est un carré (cf. figure 1).

Soit N le milieu de [IJ], P le milieu de [JK], Q le milieu de [KL], M le milieu de [LI].

Soit a l'aire du carré ABCD.

- a) Démontrer que l'aire du quadrilatère IJKL est $\frac{a}{2}$.
b) Exprimer l'aire du quadrilatère MNPQ en fonction de a .

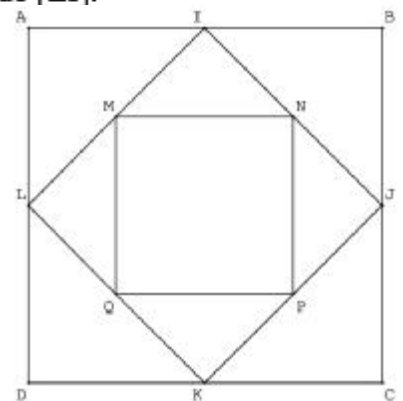


Figure 1

4°) Exercice 4 (Extrait du sujet du CRPE 2009 pour le groupe 6 - 4 points)

On considère le trapèze rectangle ABCD, de hauteur [AD] tel que $AD = 8$ cm et de bases [AB] et [CD] de longueurs respectives 4 cm et 10 cm.

- Calculer l'aire du trapèze ABCD.
- Donner, en justifiant, la nature du triangle BCD.
- La hauteur issue de C dans le triangle BCD coupe la droite (AD) en K. Montrer que les triangles KBC et KDC ont la même aire.
- Soit M un point mobile sur le segment [AD].

On note x la mesure de la longueur AM, l'unité choisie étant le cm.

- Donner, en fonction de x , l'aire du triangle BCM.
- Pour quelle position de M, l'aire du triangle BCM est-elle la moitié de celle du trapèze ABCD ?

5°) Exercice (Extrait du sujet du CRPE 2008 pour le groupe 2 - 4 points)

Pour l'ensemble des questions de cet exercice, **les traits de construction doivent rester apparents.**

- 1) Placer deux points A et C non situés sur les lignes de la copie. Ces deux points sont les sommets opposés d'un carré ABCD. Construire ce carré à la règle et au compas et justifier la construction en citant la ou les propriétés géométriques utilisées.
- 2) a) Construire un rectangle EFGH tel que la longueur du côté EF soit 7 cm et celle de la diagonale EG soit 9 cm. Justifier la construction en citant la ou les propriétés géométriques utilisées.
b) La construction d'un rectangle dont on impose la longueur d'un côté et celle de la diagonale est-elle toujours réalisable ? Justifier.
- 3) Construire deux rectangles IJKL et IMKN. Quelle est la nature du quadrilatère MJNL ? Justifier la réponse.