

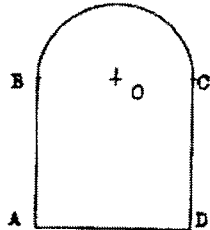
## Deuxième concours blanc de mathématiques

20 février 2009

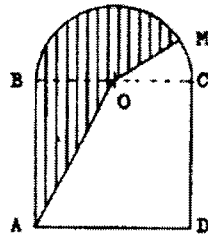
*Tout usage de calculatrice ou autre matériel électronique est interdit*

### EXERCICE 1 (4pt)

La ligne F ci-dessous est constituée d'un demi-cercle de diamètre [BC], de centre O et de rayon 1, et des côtés [AB], [CD] et [DA] du carré ABCD.



- 1) Calculez l'aire A de la surface S délimitée par F.
- 2) La ligne F est la trajectoire, d'origine A, d'un point mobile M qui se déplace dans le sens des aiguilles d'une montre.  
Le réel x désigne la distance parcourue par le point M depuis son départ de A.  
Sur le dessin ci-dessous la surface balayée par le point M est la surface hachurée. On associe à x l'aire, notée  $A(x)$ , de cette surface.



Démontrez l'égalité  $A(x) = \frac{x}{2}$  dans les trois cas suivants:

- a) M appartient au segment [AB] ;
- b) M appartient au demi-cercle d'extrémités B et C ;
- c) M appartient au segment [CD].

- 3) Le point mobile M s'arrête en un point P au moment où l'aire de la surface balayée par le segment [OM] est le quart de l'aire de la surface S.

Calculez la distance exacte x parcourue par le point M à ce moment-là.

Faites une figure et placez (à la règle et au compas uniquement) le point P de manière précise en justifiant sa position.

## QUESTION COMPLEMENTAIRE (4pt)

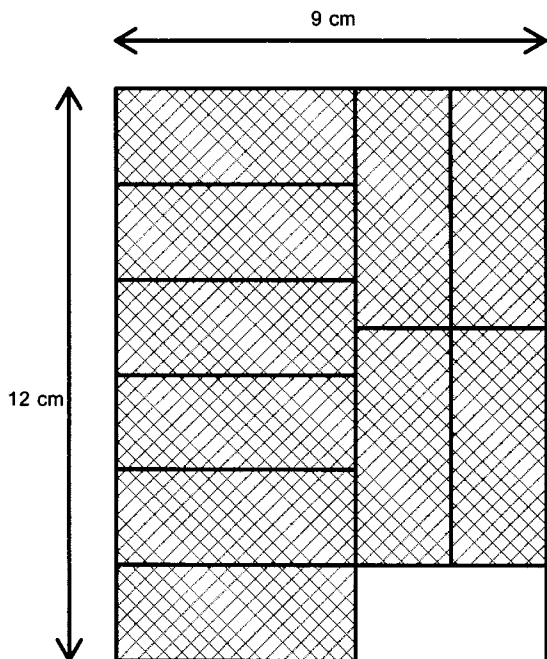
Le document en annexe 1 présente six productions d'élèves de CM2 sur un exercice, légèrement remanié, proposé dans le cahier d'évaluation à l'entrée en 6ème.

1. Relevez les réponses justes. Analysez les procédures qui conduisent à ces réponses.

2. Quelles sont les erreurs commises dans les autres réponses ? Analysez-les.

3. Voici ce qu'un enseignant propose à Marine et à Laura :

Calcule la longueur et la largeur réelles d'une étiquette dessinée sur cette nouvelle plaque.



Quelle hypothèse sur les erreurs commises par ces élèves cherche-t-il à vérifier ainsi ?

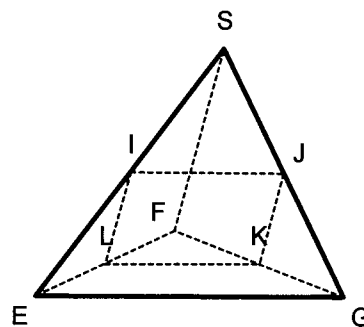
## EXERCICE 2 (4pt)

Toutes les réponses doivent être justifiées.

On considère une pyramide SEFG

Les points I, J, K, L et M sont les milieux respectifs de [SE], [SG], [GF], [EF] et [EG].

- 1) Prouver que :
  - $(IL) // (JK)$ ,
  - IJKL est un parallélogramme.
- 2) On suppose, seulement dans cette question, que  $SF = EG$ .  
Quelle est la nature de IJKL ?
- 3) On suppose, seulement dans cette question, que (SF) est orthogonale au plan (EFG). Démontrer que IJKL est un rectangle.
- 4) Quelle condition suffit-il d'imposer au triangle SEG pour que le quadrilatère SIMJ soit un losange ?
- 5) Quelle condition suffit-il d'imposer au triangle SEG pour que le quadrilatère SIMJ soit un rectangle ?



### EXERCICE 3 (4pt)

Pour tout entier naturel  $n$  on note  $a_n = \frac{1}{2^n}$ . Toutes les réponses doivent être justifiées.

- 1) Calculez les valeurs de  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$ . Pour chacun de ces nombres indiquez s'il est décimal ou non.
- 2) Démontrez que  $a_{2009}$  est un nombre décimal. Ecrivez-le sous la forme d'une fraction décimale.

On considère l'écriture décimale finie de  $a_{2009}$  qui ne se termine pas par un zéro.

- 3) Combien de chiffres a cette écriture? Quels sont ses trois derniers chiffres ?
- 4) Quel est le premier chiffre après la virgule dans cette écriture ?

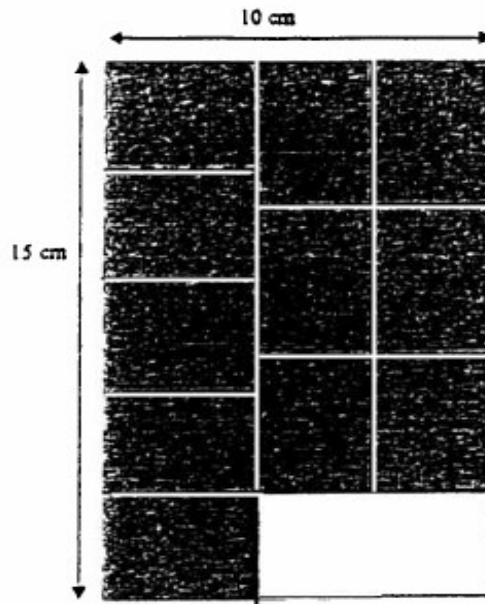
### QUESTION COMPLEMENTAIRE (4pt)

L'annexe 2 présente 4 situations permettant d'introduire la relation d'ordre sur les décimaux au cours de la 2<sup>ème</sup> année du cycle des approfondissements. Il s'agit de les comparer quant à leur qualité didactique et à leur mise en place pédagogique.

1. Ordonner les nombres décimaux suppose qu'on a déjà défini ce qu'est un nombre décimal.
  - a. Rappelez quelles sont les écritures équivalentes des nombres décimaux qu'est capable d'utiliser l'élève.
  - b. Donner une procédure de comparaison de deux entiers utilisable par un élève de cycle 3. Vous vous appuyerez sur des exemples. Cette procédure peut-elle faire obstacle à la comparaison de deux décimaux ? Justifier.
2. Chacune des situations pose un problème qui, pour être résolu, utilise la relation d'ordre sur les décimaux. Les problèmes relèvent soit d'un rangement des données (entre elles, sans référent fixe) soit d'une comparaison à un référent fixe explicite ou non, lequel tient lieu de limite.
  - a. Quelles sont les situations qui conduisent à ranger des données ?
  - b. Quelles sont celles qui posent un problème de comparaison à un référent fixe ? Précisez la valeur numérique de ce référent.
3. Seule la situation 4 présente un décimal ayant 4 chiffres après la virgule.
  - a. Combien aurait-on de chiffres après la virgule si le 3<sup>ème</sup> fondeur était allé jusqu'au milligramme ?
  - b. Dans quelles parties du programme, à votre avis, l'enfant de l'école élémentaire peut-il être amené à rencontrer des décimaux ayant une partie décimale plus longue ? Illustrez votre réponse avec des exemples.

Annexe 1 (page 1/4 de l'annexe 1)

Sophie veut découper des étiquettes rectangulaires toutes identiques dans une plaque de carton rectangulaire de dimensions 10 cm et 15 cm. Elle en a déjà tracé onze comme tu peux le voir sur le dessin.

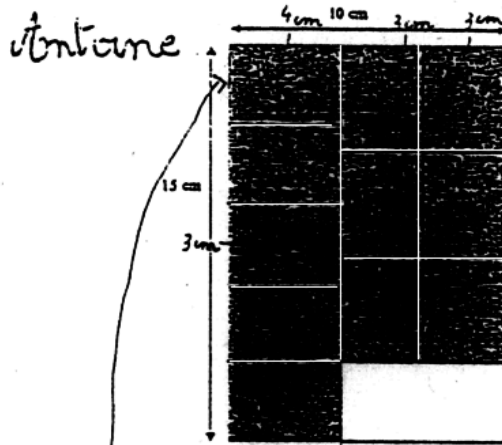


Calcule les dimensions réelles d'une étiquette et indique-les ci-dessous.  
Explique comment tu as trouvé ces résultats.

Longueur de l'étiquette :

Largeur de l'étiquette :

Sophie veut découper des étiquettes rectangulaires toutes identiques dans une plaque de carton rectangulaire de dimensions 10 cm et 15 cm. Elle en a déjà tracé onze comme tu peux le voir sur le dessin.



Calcule les dimensions réelles d'une étiquette et indique-les ci-dessous.  
Explique comment tu as trouvé ces résultats.

largeur :  $15 \div 5 = 3 \text{ cm}$

longueur :  
le deux du haut font 3 cm  
en tout 5 cm donc il reste 1 cm  
→ pour l'étiquette

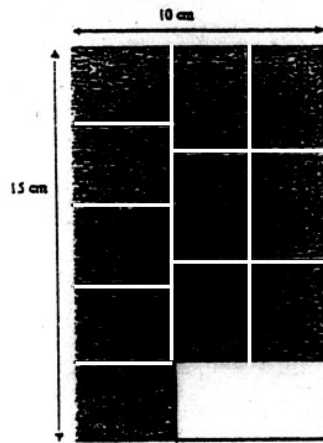
Longueur de l'étiquette : 4 cm

Largeur de l'étiquette : 3 cm

Annexe 1 (page 2/4 de l'annexe 1)

Sophie veut découper des étiquettes rectangulaires toutes identiques dans une plaque de carton rectangulaire de dimensions 10 cm et 15 cm. Elle en a déjà tracé onze comme tu peux le voir sur le dessin.

Arnaud



Calcule les dimensions réelles d'une étiquette et indique-les ci-dessous. Explique comment tu as trouvé ces résultats.

$$\begin{array}{r} 2,4 \\ \times 1,1 \\ \hline 2,4 \\ + 2,4 \\ \hline 4,8 \end{array}$$

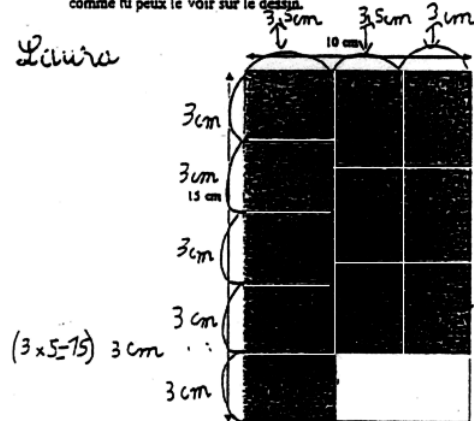
J'ai fait  $2,4 \times 11$  étiquette = 4,8.

Longueur de l'étiquette: 2,4

Largeur de l'étiquette: 2,4

Sophie veut découper des étiquettes rectangulaires toutes identiques dans une plaque de carton rectangulaire de dimensions 10 cm et 15 cm. Elle en a déjà tracé onze comme tu peux le voir sur le dessin.

Laura



$$3,5 \times 2 = 7 + 3 = 10$$

Calcule les dimensions réelles d'une étiquette et indique-les ci-dessous. Explique comment tu as trouvé ces résultats.

Longueur de l'étiquette: 3,5 cm (2 fois) 3 cm (1 fois) ( $3,5 \times 2 = 7 + 3 = 10$ )

Largeur de l'étiquette: 3 cm ( $3 \times 5 = 15$ )

Annexe 1 (page 3/4 de l'annexe 1)

Sophie veut découper des étiquettes rectangulaires toutes identiques dans une plaque de carton rectangulaire de dimensions 10 cm et 15 cm. Elle en a déjà tracé onze comme tu peux le voir sur le dessin.

Doriane



Calcule les dimensions réelles d'une étiquette et indique-les ci-dessous. Explique comment tu as trouvé ces résultats.

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 6 \\ \hline 4 \end{array}$$

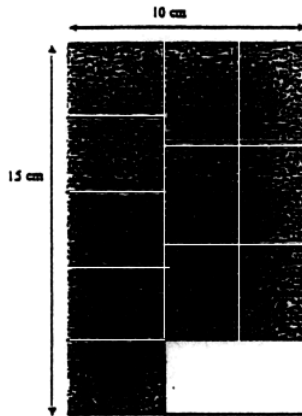
$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 5} \\ 0 \phantom{0} \overline{) 3} \end{array}$$

parce que dans les 15 centimètres il y a 5 étiquettes

dans les 10 centimètres la longueur  $3 \times 2 = 6 - 10 = 4$  il y a une étiquette on peut voir la largeur  
 Longueur de l'étiquette: 3  
 Largeur de l'étiquette: 4

Sophie veut découper des étiquettes rectangulaires toutes identiques dans une plaque de carton rectangulaire de dimensions 10 cm et 15 cm. Elle en a déjà tracé onze comme tu peux le voir sur le dessin.

Marine



Calcule les dimensions réelles d'une étiquette et indique-les ci-dessous. Explique comment tu as trouvé ces résultats.

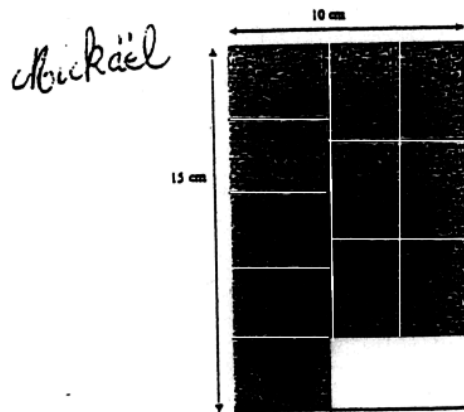
$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 5} \\ 15 \phantom{0} \overline{) 0} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 3} \\ - 9 \phantom{0} \overline{) 3} \\ \hline 1 \end{array}$$

Longueur de l'étiquette: Elle fait 3 cm de longueur:  $15 : 5 = 3$   
 Largeur de l'étiquette: Elle fait 3 cm de largeur:  $10 : 3 = 3$  R 1

Annexe 1 (page 4/4 de l'annexe 1)

Sophie veut découper des étiquettes rectangulaires toutes identiques dans une plaque de carton rectangulaire de dimensions 10 cm et 15 cm. Elle a déjà tracé onze comme tu peux le voir sur le dessin.



Calcule les dimensions réelles d'une étiquette et indique-les ci-dessous.  
Explique comment tu as trouvé ces résultats.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 15 \overline{) 155} \\ \underline{45} \phantom{0} \\ 110 \phantom{0} \\ \underline{105} \phantom{0} \\ 50 \phantom{0} \\ \underline{45} \phantom{0} \\ 50 \phantom{0} \\ \underline{45} \phantom{0} \\ 50 \phantom{0} \\ \underline{45} \phantom{0} \\ 50 \phantom{0} \\ \underline{45} \phantom{0} \\ 50 \phantom{0} \end{array} \quad \begin{array}{r} \textcircled{2} \\ 15 \overline{) 15} \\ \underline{15} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} \textcircled{3} \\ 12 \overline{) 36} \\ \underline{24} \phantom{0} \\ 12 \phantom{0} \\ \underline{12} \phantom{0} \\ 0 \end{array}$$

Longueur de l'étiquette: La longueur de l'étiquette est de 4 cm

Largeur de l'étiquette: La largeur de l'étiquette est de 3 cm (1)

**Situation 1 :**

Des chaussures de tennis existent en deux modèles :  
 Modèle garçon à 24,10 €.  
 Modèle fille à 24,75 €.  
 Quel est le modèle le plus cher ?



**Situation 2 :**



**Le 100 m hommes**

Lors des jeux olympiques d'Atlanta, aux États-Unis, les 3 premiers concurrents de la finale du 100 m hommes ont établi les temps suivants :

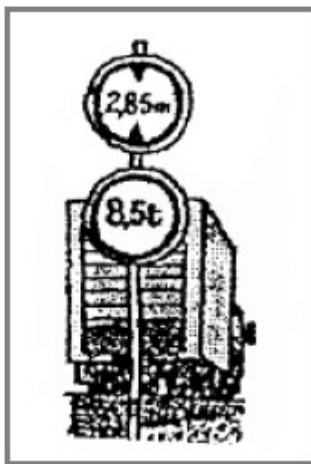
- ◆ D. Bailey **984**
- ◆ A. Boldon **990**
- ◆ F. Fredericks **989**

Établis le classement des 3 premiers concurrents.

Ces 3 concurrents ont-ils couru en plus ou en moins de 10 secondes ?

Au cours d'une course, les trois premiers concurrents établissent les temps suivants : 9.91, 9.903 et 9.9. Retrouve la position de chacun.

**Situation 3 :** Quatre camions veulent s'engager sur cette route. Indique ceux qui peuvent le faire.



	poids	hauteur
I	8 702 kg	279 cm
II	8,5 t	3 m 84 cm
III	7,98 t	280 cm
IV	8 400 kg	2 m 80 cm

**Situation 4 :**

Un lingot d'or de 1 kg doit être partagé entre 7 brigands. Pour cela, on consulte 4 fondeurs qui proposent chacun leur solution au problème.

Le premier dit : «Je préparerai 7 parts de 0,142 kg chacune»

Le deuxième annonce : «C'est simple ; chacun récupère 0,143 kg»

Le troisième propose : «J'essayerai de séparer 7 parts égales de 0,1428 kg»

Le quatrième promet 7 parts de 0,14 kg.

Quelle est la meilleure solution pour les brigands ?