

Corrigé des exercices

Exercice 1

$$A = \frac{6}{35} \times \frac{12^3}{121} \times \frac{77^2}{10^3} = \frac{2 \times 3}{5 \times 7} \times \frac{(3 \times 2^2)^3}{11^2} \times \frac{(7 \times 11)^2}{(2 \times 5)^3} = \frac{2^7 \times 3^4 \times 7^2 \times 11^2}{2^3 \times 5^4 \times 7 \times 11^2} = \frac{2^4 \times 3^4 \times 7}{5^4} = \frac{9072}{625} = 14,5152$$

$$B = \sqrt{68850} = \sqrt{2 \times 3^4 \times 5^2 \times 17} = 3^2 \times 5 \times \sqrt{34} = 45\sqrt{34}$$

$$C = \frac{11}{588} + \frac{17}{490} = \frac{11}{2^2 \times 3 \times 7^2} + \frac{17}{2 \times 5 \times 7^2} = \frac{11 \times 5}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7^2} + \frac{17 \times 2 \times 3}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7^2} = \frac{55 + 102}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7^2} = \frac{157}{2940}$$

Exercice 2

$$1^\circ) A = (9 - 12x + 4x^2) - 4 = (3 - 2x)^2 - 2^2 = (3 - 2x - 2)(3 - 2x + 2) = (-2x + 1)(-2x + 5)$$

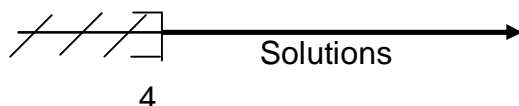
$$2^\circ) a) (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2) = x^2 - 6x + 9 - (x^2 - 2x - x + 2) = x^2 - 6x + 9 - x^2 + 3x - 2 = -3x + 7$$

$$b) 9\,997^2 - 9\,999 \times 9\,998 = (10\,000 - 3)^2 - (10\,000 - 1)(10\,000 - 2) = -3 \times 10\,000 + 7 = -29\,993$$

$$3^\circ) 10\,001^2 - 9\,999^2 = (10\,000 + 1)^2 - (10\,000 - 1)^2 = (10\,000 + 1 + 10\,000 - 1) \times (10\,000 + 1 - 10\,000 + 1) = 20\,000 \times 2 = 40\,000$$

Exercice 3

$$2x - 8 < 4x - 16 \Leftrightarrow 2x - 4x < -16 + 8 \Leftrightarrow -2x < -8 \Leftrightarrow x > \frac{-8}{-2} \Leftrightarrow x > 4$$



Exercice 4

$$1^\circ) \sqrt{147} + 3\sqrt{48} - 5\sqrt{12} - \sqrt{48} = \sqrt{3 \times 49} + 3\sqrt{3 \times 16} - 5\sqrt{4 \times 3} - \sqrt{3 \times 16} = 7\sqrt{3} + 12\sqrt{3} - 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$2^\circ) 2\sqrt{3}(4 - 2\sqrt{2}) - (1 + 3\sqrt{3})^2 = 8\sqrt{3} - 4\sqrt{6} - (1 + 6\sqrt{3} + 27) = 8\sqrt{3} - 4\sqrt{6} - 1 - 6\sqrt{3} - 27 = 2\sqrt{3} - 4\sqrt{6} - 28$$

Exercice 5

$$\frac{(-5)^3 \times 0,3^2 \times 2^3}{2 \times 10^4 \times 0,15} = -\frac{5^3 \times 9 \times 10^{-2} \times 2^3}{2 \times 10^4 \times 3 \times 5 \times 10^{-2}} = -2^2 \times 3 \times 5^2 \times 10^{-4} = -300 \times 10^{-4} = -0,03$$

$$\frac{(a^4)^{-2} \times (b^{-4})^3 \times c^9}{(b^6)^{-2} \times (c^{-3})^2 \times a^8} = \frac{a^{-8} \times b^{-12} \times c^9}{a^8 \times b^{-12} \times c^{-6}} = \frac{c^{15}}{a^{16}}$$

Exercice 6

$$(2x + 3)(2 - x) + (x - 2)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(-2x - 3 + x + 1) = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(-x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = 0 \text{ ou } -x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = -2$$

Exercice 7

$$1^\circ) \begin{cases} 3X - 4Y = -24 \\ 2X - Y = -1 \end{cases}$$

$$\text{Calcul de X : } \begin{cases} 3X - 4Y = -24 \\ -8X + 4Y = 4 \end{cases} \text{ donc } -5X = -20 \text{ donc } X = 4$$

$$\text{Calcul de Y : } Y = 2X + 1 = 9$$

$$2^\circ) \text{ Le système } \begin{cases} 3x^2 - 4y^2 = -24 \\ 2x^2 - y^2 = -1 \end{cases} \text{ admet 4 solutions :}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Exercice 8

Soit t l'heure qu'il est (en h). Si on appelle d la distance à parcourir en km, on a :

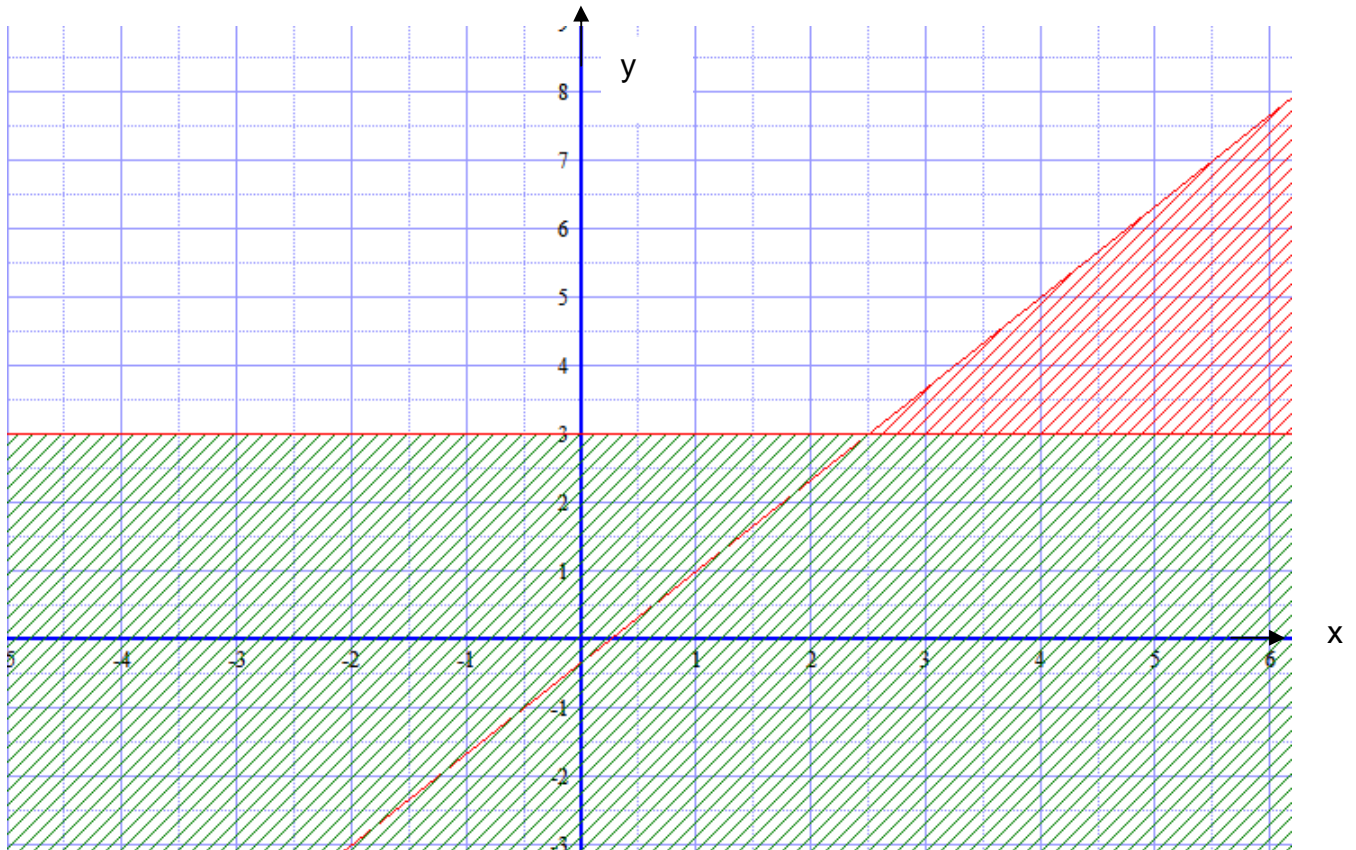
$$d = 10(13 - t) \text{ et } d = 15(11 - t). \text{ D'où : } 10(13 - t) = 15(11 - t) \text{ soit } 130 - 10t = 165 - 15t \text{ soit}$$

$$5t = 35 \text{ soit } t = 7.$$

Il est 7h (Remarque : Leïla a 60 km à parcourir)

Exercice 9

$$\begin{cases} 4x - 3y < 1 \\ y > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y > \frac{4}{3}x - \frac{1}{3} \\ y > 3 \end{cases}$$



Exercice 10

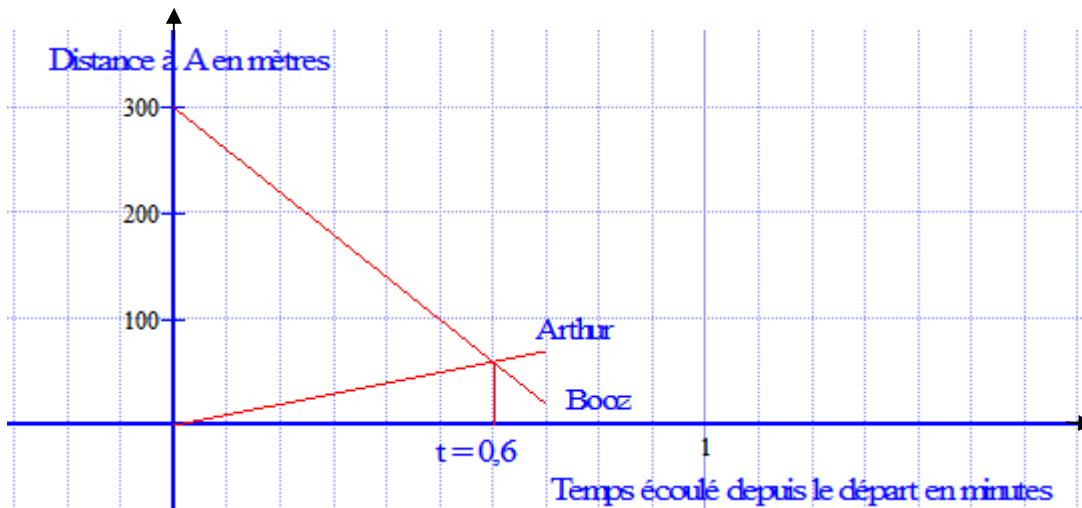
1°) Vitesse de Boz : $24 \text{ km/h} = (24 \times 1000 \text{ m}) / (60 \text{ min}) = 400 \text{ m/min}$
Vitesse d'Arthur : $6 \text{ km/h} = (6 \times 1000 \text{ m}) / (60 \text{ min}) = 100 \text{ m/min}$

2°)

a) Si on appelle t le temps écoulé depuis le départ (en minutes) on a:

Distance de A à Arthur en mètres : $100t$

Distance de A à Boz en mètres : $300 - 400t$



b) Graphiquement on peut estimer que les deux robots se croisent à 9h 0,6min soit à 9h 36s (voir figure).

$$3^{\circ}) 100t = 300 - 400t \Leftrightarrow 500t = 300 \Leftrightarrow t = \frac{3}{5} \text{ (en minutes)}$$

$$\frac{3}{5} \text{ min} = 36 \text{ s}$$

Les deux robots se croisent bien à 9h 36s.

Exercice 11

$$1^{\circ}) \text{ a) } (x + 1)(x - 1) - (x + 2)(x - 2) = (x^2 - 1) - (x^2 - 4) = 3$$

$$\text{b) } 297 \times 295 - 298 \times 294 = (296 + 1)(296 - 1) - (296 + 2)(296 - 2) = 3 \text{ (voir ci-dessus)}$$

2^o)

La deuxième propriété est fausse.

En effet :

Si $n = 4$ et $p = 3$, n et p sont des entiers consécutifs mais leur somme vaut 7 alors que le carré de leur différence vaut 1^2 soit 1.

Démontrons que la première propriété est vraie.

Soit n en entier quelconque.

Le nombre qui suit n est le nombre $n + 1$.

La somme des nombres vaut $n + n + 1$ soit $2n + 1$ et la différence de leurs carrés vaut $(n + 1)^2 - n^2$ soit $n^2 + 2n + 1 - n^2$ soit $2n + 1$. On constate bien l'égalité demandée.